3.

a. Démontrer que le point $H(-1\,;0\,;2)$ est le projeté orthogonal de S sur le plan (ABC).

b. En déduire qu'il n'existe aucun point M du plan (ABC) tel que $SM < \frac{\sqrt{21}}{2}$.

Partie B

On considère un point M appartenant au segment $[CS]$. On a donc $\overrightarrow{CM} = k\,\overrightarrow{CS}$ avec k réel de l'intervalle $[0\,;1]$.

1. Déterminer les coordonnées du point M en fonction de k.
2. Existe-t-il un point M sur le segment $[CS]$ tel que le triangle MAB soit rectangle en M ?

Exercice 3 (4 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier chaque réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. La suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = \frac{1+5^n}{2+3^n}.$$

Affirmation 1 : La suite (u_n) converge vers $\frac{5}{3}$.

2. On considère la suite (w_n) définie par :

$w_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n, $w_{n+1} = 3w_n - 2n + 3$.

Affirmation 2 : Pour tout entier naturel n, $w_n \geq n$.

3. On considère la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ dont la courbe représentative C_f est donnée dans un repère orthonormé sur la figure (Fig. 1) en page 5. On précise que :

- T est la tangente à C_f au point A d'abscisse 8 ;
- L'axe des abscisses est la tangente horizontale à C_f au point d'abscisse 1.