Exercice 3 (6 points)

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1;+\infty[$ par $f(x) = 4\ln(x+1) - \frac{x^2}{25}$.
On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]-1;+\infty[$.

1. Déterminer la limite de la fonction f en -1.
2. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1;+\infty[$, on a :
$$f'(x) = \frac{100 - 2x - 2x^2}{25(x+1)}$$
3. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $]-1;+\infty[$ puis en déduire que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[2\,;6{,}5]$.

4. On considère h la fonction définie sur l'intervalle $[2\,;6{,}5]$ par $h(x) = f(x) - x$. On donne ci-dessous le tableau de variations de la fonction h :

x	2		$m \approx 2{,}364$		$6{,}5$
$h(x)$	$h(2)$	$\nearrow$	$M \approx 2{,}265$	$\searrow$	$h(6{,}5)$

Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[2;6{,}5]$.

5. On considère le script suivant, écrit en langage Python :

```
from math import*

def f(x):
     return(4*log(1+x)-(x**2)/25)

def bornes(n):
     p = 1/10**n
     x = 6
     while f(x)-x > 0 :
          x = x+p
     return (x-p,x)
```

On rappelle qu'en langage Python :

- *la commande* `log(x)` *renvoie la valeur* $\ln x$ *;*
- *la commande* `c**d` *renvoie la valeur de* c^d*.*

a. Donner les valeurs renvoyées par la commande `bornes(2)`. *On donnera les valeurs arrondies au centième.*
b. Interpréter ces valeurs dans le contexte de l'exercice.