

- a. Qu'observe-t-on si on saisit `seuil (0.4)` ?
- b. Déterminer la valeur renvoyée par la saisie de `seuil (0.35)`.

Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

### **Exercice 3 (5 points)**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé

$(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère :

- ▶ le plan  $\mathcal{P}_1$  dont une équation cartésienne est  $2x + y - z + 2 = 0$ ,
- ▶ le plan  $\mathcal{P}_2$  passant par le point  $B(1; 1; 2)$  et dont un vecteur normal est  $\vec{n}_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

1. a. Donner les coordonnées d'un vecteur  $\vec{n}_1$  normal au plan  $\mathcal{P}_1$ .

**b.** On rappelle que deux plans sont perpendiculaires si un vecteur normal à l'un des plans est orthogonal à un vecteur normal à l'autre plan.

Montrer que les plans  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$  sont perpendiculaires.

**2. a.** Déterminer une équation cartésienne du plan  $\mathcal{P}_2$ .

**b.** On note  $\Delta$  la droite dont une représentation

$$\text{paramétrique est : } \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Montrer que la droite  $\Delta$  est l'intersection des plans  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$ .

On considère le point  $A(1 ; 1 ; 1)$  et on admet que le point  $A$  n'appartient ni à  $\mathcal{P}_1$  ni à  $\mathcal{P}_2$ .

On note  $H$  le projeté orthogonal du point  $A$  sur la droite  $\Delta$ .

**3.** On rappelle que, d'après la question **2.b**, la droite  $\Delta$  est l'ensemble des points  $M_t$  de coordonnées

$(0 ; -2 + t ; t)$ , où  $t$  désigne un nombre réel quelconque.

**a.** Montrer que, pour tout réel  $t$ ,  $AM_t = \sqrt{2t^2 - 8t + 11}$ .

**b.** En déduire que  $AH = \sqrt{3}$ .

4. On note  $\mathcal{D}_1$  la droite orthogonale au plan  $\mathcal{P}_1$  passant par le point  $A$  et  $H_1$  le projeté orthogonal du point  $A$  sur le plan  $\mathcal{P}_1$ .

a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $\mathcal{D}_1$ .

b. En déduire que le point  $H_1$  a pour coordonnées

$$\left(-\frac{1}{3} ; \frac{1}{3} ; \frac{5}{3}\right).$$

5. Soit  $H_2$  le projeté orthogonal de  $A$  sur le plan  $\mathcal{P}_2$ .

On admet que  $H_2$  a pour coordonnées  $\left(\frac{4}{3} ; \frac{2}{3} ; \frac{4}{3}\right)$

et que  $H$  a pour coordonnées  $(0 ; 0 ; 2)$ .

Sur le schéma **page suivante**, les plans  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$  sont représentés, ainsi que les points  $A, H_1, H_2, H$ .

Montrer que  $AH_1HH_2$  est un rectangle.

