

2) Dérivée seconde

Définition 2

Soit f dérivable sur I . Si f' est elle-même dérivable sur I , sa dérivée est notée f'' et appelée **dérivée seconde** de f .

B) Convexité

1) Fonctions convexes et concaves

Définition 3

Soit f définie sur I et \mathcal{C}_f sa courbe représentative. Soient A et B deux points de \mathcal{C}_f ; la droite (AB) est appelée **sécante** de \mathcal{C}_f .

Définition 4

1. f est **convexe** sur I si \mathcal{C}_f est en dessous de chacune de ses sécantes entre les deux points d'intersection.
2. f est **concave** sur I si \mathcal{C}_f est au-dessus de chacune de ses sécantes entre les deux points d'intersection.

Propriété 3

Si f est deux fois dérivable sur I , les propositions suivantes sont équivalentes :

1. f est convexe sur I ;
2. f' est croissante sur I ;
3. $f''(x) \geq 0$ pour tout $x \in I$.

Propriété 4

Si $f''(x) \geq 0$ sur I , alors \mathcal{C}_f est au-dessus de chacune de ses tangentes.

2) Point d'inflexion

Définition 5

Un **point d'inflexion** est un point où la courbe traverse sa tangente.

Propriété 5

Le point $A(a; f(a))$ est un point d'inflexion si et seulement si f'' s'annule en a en changeant de signe.

Chapitre 6

Continuité

Capacités exigibles — Programme officiel (BO)

- Étudier les solutions d'une équation du type $f(x) = k$: existence, unicité, encadrement.
- Pour une fonction continue f d'un intervalle dans lui-même, étudier une suite définie par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.

Exemples d'algorithme — Programme officiel (BO)

- Méthode de dichotomie.
- Méthode de Newton, méthode de la sécante.

A) Fonctions continues sur un intervalle

Définition 1

Soit f définie sur un intervalle I et $a \in I$.

- f est **continue en** a si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.
- f est **continue sur** I si elle est continue en tout réel $a \in I$.

B) Continuité de fonctions usuelles

Propriété 1

- Les fonctions affines et polynômes sont continues sur \mathbf{R} .
- La fonction exponentielle est continue sur \mathbf{R} .
- La fonction racine carrée est continue sur $[0; +\infty[$.

Propriété 2

Les sommes, produits, quotients et composées de fonctions continues sont continues sur leur domaine de définition.

Propriété 3

Toute fonction dérivable sur I est continue sur I .

Remarque 1

La réciproque est fautive : la fonction valeur absolue est continue en 0 mais n'y est pas dérivable.

C) Théorème des valeurs intermédiaires

Théorème 1

Si f est continue sur $[a; b]$, alors pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe au moins un réel $c \in [a; b]$ tel que $f(c) = k$.

Théorème 2 (Corollaire)

Si f est continue et strictement monotone sur $[a; b]$, alors pour tout k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation